

Votantes no maxwellianos en elecciones mexicanas o dinámicas moleculares para intentar explicarnos el voto partidario.

Hugo Hernández Saldaña
Universidad Autónoma Metropolitana en Azcapotzalco

Resumen *La cantidad de votos que recibe cada partido en una elección es uno de los observables que siempre se reportan pues es el objetivo mismo del ejercicio. Este resultado generalmente se presenta a nivel general o por cada una de las entidades políticamente importantes, sean estados, distritos o municipios. Sin embargo detrás de este resultado se esconde la compleja dinámica que relaciona los intereses políticos, económicos y sociales con la geografía, la economía y la historia. Tratar de entender éstas relaciones es el tema de un gran número de trabajos académicos. Uno de los aspectos novedoso en este milenio es la aproximación desde la física y la matemática para tratar de explicar estos comportamientos. Aún cuando los modelos teóricos en ocasiones distan mucho de dar explicaciones a lo ocurrido en un evento, sí han coadyuvado a entender algunos resultados contra-intuitivos. Aquí presentamos una exploración de la distribución del voto para cada partido a nivel casilla haciendo uso de una ecuación del tipo Fokker-Planck (F-P) para partículas no maxwellianas cuyas soluciones aproximan a los resultado empíricos en elecciones mexicanas (y una elección lituana). El resultado es promisorio para partidos de larga data como el Partido Revolucionario Institucional (PRI) y para el Partido de Acción Nacional (PAN) cuya distribución de voto apropiadamente muestreada es compatible con distribuciones teóricas de la familia de una gamma generalizada. Se discute la posible interpretación de los parámetros en términos de dinámicas bien conocidas de dichos partidos. Por otra parte, el Partido de la Revolución Democrática (PRD) y el Movimiento de Regeneración Nacional (MORENA) presenta distribuciones compatibles con una distribución normal. En este último caso se discute la ecuación de F-P correspondiente, pero es mucho más difícil interpretar los parámetros pues corresponde a la distribución final de un amplio espectro de fenómenos.*

1 Introducción

Entender la dinámica que genera determinados resultados en una elección es una tarea compleja como complejo es el problema. Muchas de las variables que se requieren no necesariamente son medidas en el tiempo de la elección y muchos de sus comportamientos se asumen o estacionarios o con poca variación en el tiempo entre mediciones. Así, muchas de las interacciones y decisiones que toman los electores asumimos que corresponden a una especie de promediamiento que esperamos se refleje en algún tipo de variable macroscópica, que, con un poco de suerte puede ser medida. Un ejemplo típico de ésta complejidad son los resultados de las encuestas electorales, que, pese a ser cuidadosamente realizadas, con los parámetros metodológicos adecuados, puede dar lugar a resultados incorrectos.

Sin embargo no todos los ejercicios estadísticos tengan la intención de predecir resultados futuros, si no buscar patrones que ayuden a entender cómo se llegó a cierto resultado. Aquí nos centraremos en un ejercicio teórico que pretende echar un poco de luz y participar en el entendimiento de las dinámicas de los votantes a partir de una serie de regularidades encontradas en las elecciones recientes. Una de dichas regularidades es la distribución de voto, apropiadamente regularizada. Para los partidos de larga data, como es el caso de Partido Revolucionario Institucional, PRI, y el partido Acción Nacional, PAN, se encontró que la distribución de probabilidad para el voto por casilla en una gran mayoría de los casos era una función regular (con fluctuaciones) caracterizada por un inicio en ley de potencia y decaimiento exponencial [4, 10, 11]. Los casos reportados son el estado de México y la Ciudad de México. Existen otros casos, pero la regularidad se presenta principalmente ahí. Así que nos restringirnos a ellos y hablaremos sólo de su posible origen. En la figura 1. se puede observar la distribución de voto, en la variable de votos regularizados para las elecciones federales en México desde el 2006. En ella se presenta el caso de el PAN, pero la gráfica es similar para el PRI. Los detalles los dejaremos para después. Lo destacable aquí es que la distribución en las elecciones importantes es aproximadamente la misma. Es decir, los votantes del PAN en la Ciudad de México y en el Estado de México es bastante regular. Es decir, que podemos esperar que en estos exista una dinámica general que dé lugar a ese comportamiento.

En el caso de un partido relativamente reciente como es el Partido de la Revolución Democrática, PRD, y el partido del Movimiento de Regeneración Nacional, MORENA, el caso es menos interesante. Como se puede ver en la figura 2 su comportamiento es mucho más parecido a una gaussiana que a una distribución altamente sesgada como se observa en la figura 1. Lo

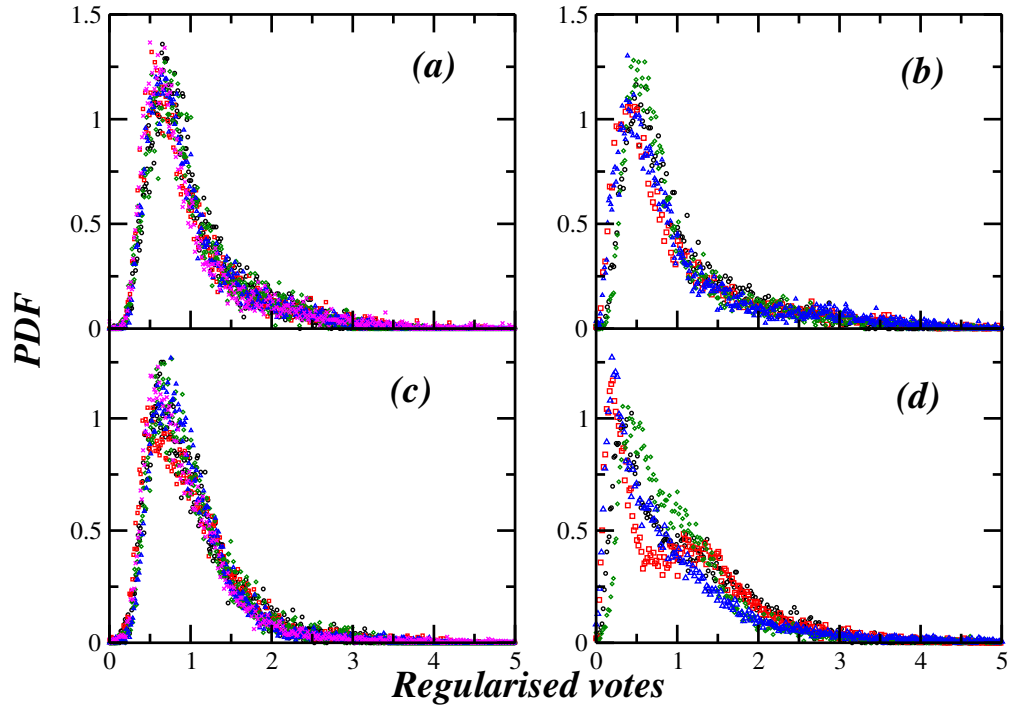


Figure 1: Gráfica de la Función de Distribución de Probabilidad del Partido Acción Nacional, PAN, en elecciones federales. En (a) y (b) para la ciudad de México y en (c) y (d) para el Estado de México. Las elecciones son especificadas a continuación: En (a) y (c) círculos negros diputados 2006; en cuadrados rojos diputados 2021; en diamantes verdes presidente 2006; en triángulos azules presidente 2012 y en cruces magenta diputados 2012. En el panel (b) y (d): en círculos negros diputados 2009, en cuadrados rojos diputados 2015, en diamantes verdes diputados 2018 y en triángulos azules diputados 2021. En (d) note la larga cola exponencial de diputados 2021 mientras que en 2015, en cuadros rojos, donde se nota un pico extra. Elaboración propia con datos del INE/IFE.

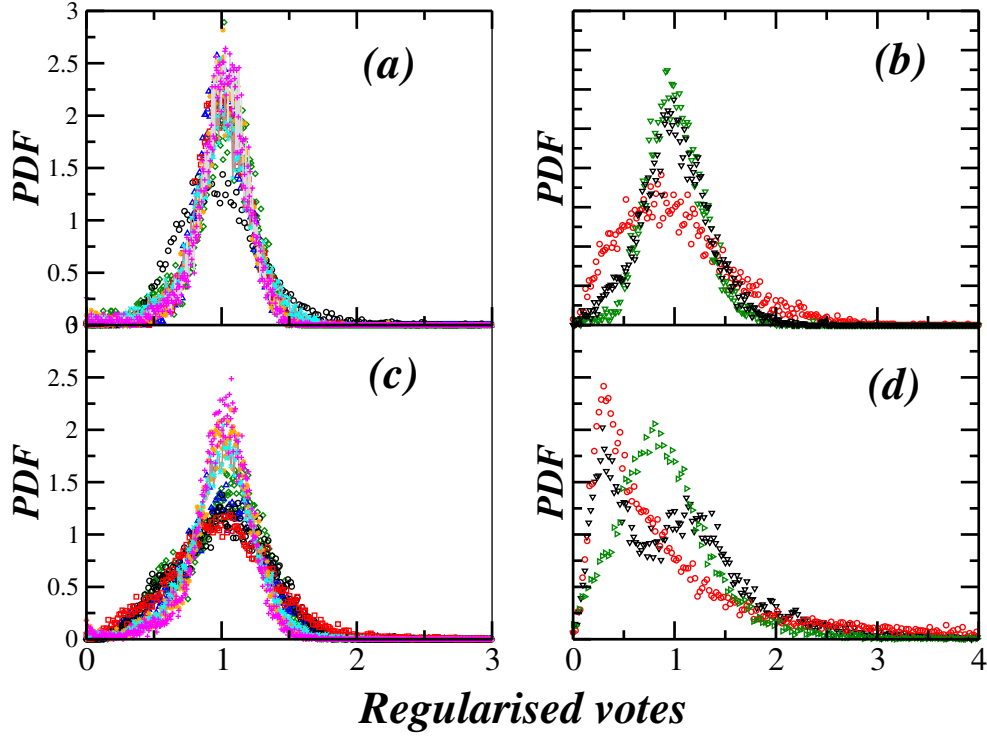


Figure 2: Gráfica de la Función de Distribución de Probabilidad, indicada como PDF por sus siglas en inglés, para el Partido de la Revolución Democrática, PRD, y del Partido del Movimiento de Regeneración Nacional, MORENA, en elecciones federales. En (a) y (b) para la ciudad de México y en (c) y (d) para el Estado de México. Las elecciones son especificadas a continuación: En (a) y (c), diputados 2006 del PRD en círculos negros; diputado 2012 del PRD en cuadrados rojos; presidente 2006 del PRD en diamante verde; presidente 2012 del PRD en triángulos azules; presidente 2018 del MOR en cruces magenta; diputados 2018 del MOR en estrellas naranja; diputados 2021 del MOR en X cian. En (b) y (d) la simbología es la siguiente: diputados 2009 del PRD en triángulos abajo negros; diputados 2015 del PRD en diamantes rojos; diputados 2015 del MOR en triángulos derechos en verde. Elaboración propia con datos del INE/IFE.

particular aquí es que la asimetría al inicio de la distribución corresponde a las casillas en donde dichos partidos reciben pocos votos. Lo poco interesante de este caso es que se corresponde a la distribución esperada de un proceso complejo de variables independientes que cumple con la Ley de los Grandes Números. Además, para las elecciones intermedias la distribución de voto no es gaussiana, para las distribuciones estatales y federales en el Estado de México, (véase figura ??d)), puede verse una función con decaimiento exponencial para las elecciones a diputados en 2015, que se corresponde con una elección en la que participaron principalmente miembros del partido.

Ahora bien, este resultado aparece como una caso de partidos diferentes, pero una vuelta interesante es la distribución que puede hacerse para el ejercicio de Revocación de Mandato realizada por MORENA en el gobierno. Dicho ejercicio arroja para el NO el histograma que ponemos en la figura 3. De nuevo la asimetría aparece. La distribución continua corresponde a unas funciones asociadas a la distribución gamma que discutiremos en la siguiente sección.

Así, el punto a analizar es a qué dinámica general corresponden éstas distribuciones.

2 Modelos dinámicos

Aún cuando éstas discusiones se inician con la introducción de modelos de votantes à la Ising y los modelos de agentes para este congreso el autor considera muchos más claro hace la exposición al revés y presentar las ecuaciones importantes de una vez y dejar los fundamentos para ulteriores secciones e incluso posiblemente trabajos a futuro.

Así que iniciamos por preguntarnos qué funciones o distribuciones de probabilidad puede ajustar los resultados mostrados en la sección anterior. Para los partidos viejos un candidato natural en la experiencia del autor es una distribución Semi-Poisson o una Daisy. Ambas son distribuciones del tipo de la gamma, cuya forma funcional veremos en un momento. El asunto es que para el PRI existe fuerte evidencia de que dichas distribuciones ajustan muy bien el cuerpo de la función, pero tiene problemas en las colas exponenciales. En el trabajo que se presenta en este mismo congreso se da una discusión de dichos problemas para el PAN y se está trabajando en un artículo extenso sobre ello. Lo relevante es que funciones tipo gamma de la forma

$$f(x; a, d, p) = \frac{(p/a^d)x^{d-1}e^{-(x/a)^p}}{\Gamma(d/p)}, \quad (1)$$

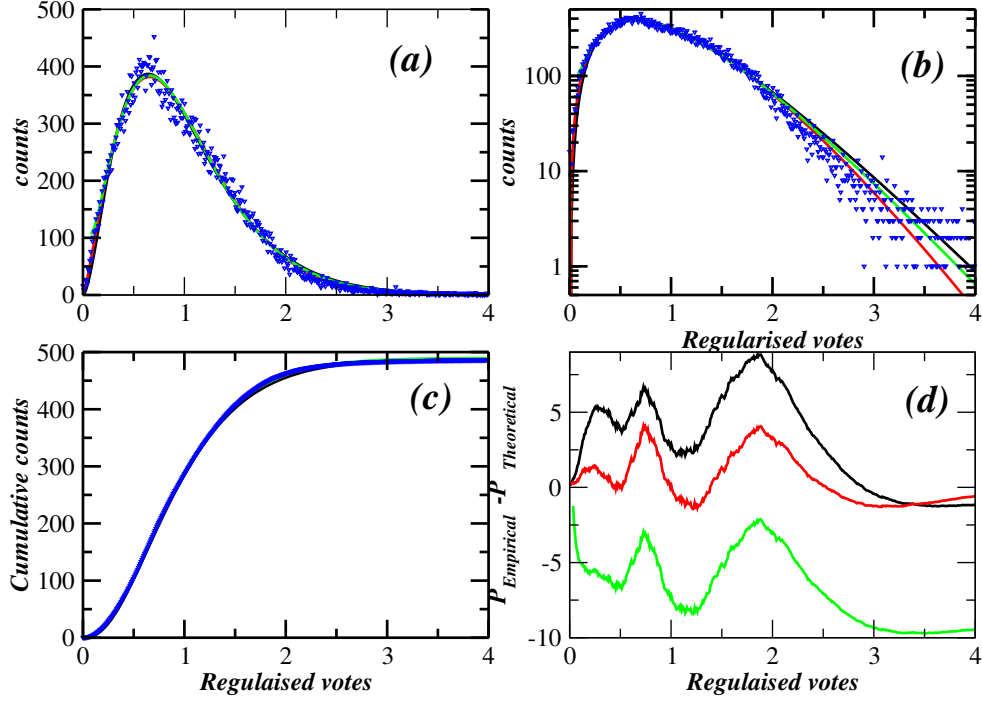


Figure 3: (a) En triángulos se presenta el histograma de votos regularizados, ($s = v/\langle v \rangle$), para el NO en la revocación de mandato. Se consideran los resultados nacionales y solo los resultados provenientes de las casillas más votantes registrados. Se realiza el ajuste de diferentes funciones, en línea negra la distribución gamma, en rojo la gamma inversa y en verde la gaussiana inversa generalizada. El código de color es el mismo en todos los paneles. En el panel (b) se muestran los mismos casos pero en escala semi-log. Nótese el cambio en la pendiente del resultado en azul, alrededor de 1.86. En (c) se muestra el histograma acumulado de (a). En (d) se muestra la diferencia entre la función acumulada teórica y el resultado de la elección. Nótese que la moda coincide con un pico en los tres casos y lo mismo ocurre cuando hay un cambio en la pendiente en 1.86.

tienen un buen ajuste. El tipo de distribución depende principalmente por el decaimiento regulado por el parámetro p . Si $p = 1$ se trata de una distribución gamma, si $p = 1$ y $1/a$ es entero junto con la condición de que $d = 1/a$, la distribución es conocida como Daisy o Margarita [14]. Independientemente de cuál de ellas es la correcta, la siguiente pregunta es ¿De qué ecuación es solución este tipo de funciones?. Y bien, en el estudio de la dinámica molecular clásica existen un tipo de ecuaciones cuyas soluciones estacionarias son funciones gamma, a saber, las ecuaciones tipo Fokker-Planck que puede escribirse como

$$\frac{\partial}{\partial t} f(v, t) = \frac{\partial^2}{\partial v^2} Q^2(v) f(v, t) + \frac{\partial}{\partial v} (\Psi(v)v - \Phi(v)) f(v, t). \quad (2)$$

Estas ecuaciones dan la evolución espacio temporal de la distribución de probabilidad de partículas evolucionado bajo la acción de dos tipo fundamentales de interacciones, una externa que permite a las partículas difundirse y otro, que se denomina de *drift* o de deriva. El primero tiene que ver con el ambiente y en caso mas simple es constante y está regulado por la constante difusiva D . En nuestro caso dicho comportamiento no necesariamente está regido por una constante, D puede ser una función de la posición, como explícitamente aparece en (2) donde $D = Q^2(v)$. El cuadrado indica que el valor debe ser positivo. El término de drift o de deriva corresponde a las interacciones entre las mismas partículas. Nuevamente hemos puesto los términos correspondientes como funciones de la posición en una dimensión.

En el caso más sencillo en que las funciones $\Psi(v)$ y $\Phi(v)$ además del término difusivo sean constantes la solución estacionaria, i.e., la que tiene una derivada parcial en el tiempo cero, será

$$N(x) = \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}} \exp\left(-\frac{\gamma}{2}(x - x_0)^2\right) \quad (3)$$

Que corresponde claramente a una gaussiana. Este caso corresponde al problema Maxwelliano de dinámica molecular con la correspondiente ecuación

$$\frac{\partial}{\partial t} N(x, t) = \frac{\lambda}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} N(x, t) + \frac{\mu}{2} \frac{\partial}{\partial x} (x - x_0) N(x, t). \quad (4)$$

Evidentemente, los casos no constantes corresponden a los no Maxwellianos. Si los términos de deriva se mantienen constantes, pero $Q = \sqrt{v}$ la solución es una distribución gamma de forma

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp(-\beta x). \quad (5)$$

Sí $Q = v$ entonces la solución es la gamma inversa, cuya fórmula es

$$f(x; \beta) = (\beta^{(\beta+1)})x^{(-\beta-2)} \exp(-\beta/x)/\Gamma(\beta + 1). \quad (6)$$

Se puede generalizar éstos resultados para una ecuación tipo Fokker-Planck en donde las soluciones estacionarias corresponden a éste tipo de funciones.

Como hemos visto, la solución constante, maxwelliana, corresponde a las elecciones en las que el partido político no hace, necesariamente, uso masivo de recursos del estado o gobierno. Ahora ¿de dónde provienen éstas ecuaciones? En los modelos standard de física estadística tienen asociadas ecuaciones de Langevin y Boltzmann. No entraremos a discutir este punto, sino el desarrollo realizado, por ejemplo, por Toscani *et al.* en el que demuestran que modelos de agentes se corresponden con ecuaciones diferenciales parciales del tipo anterior. En la siguiente sección discutimos un poco dichos modelos.

3 Modelos de agentes

Los modelos de agentes son usuales en el estudio de problemas sociales, económicos o políticos. La idea es que un agente actualiza el valor de alguna variable, digamos su intención de voto, dependiendo de la interacción con otros agentes y la interacción con el ambiente. Éste modelo idealizado se expresa por medio de las ecuaciones

$$v^* = v + \Phi(v)w - \Psi(v)v + Q(v)\eta, \quad (7)$$

$$w^* = w + \Phi(w)v - \Psi(w)w + Q(w)\eta, \quad (8)$$

para el valor que adquiere la variable v del primer agente sujeta a la interacción del valor que toma otro agente que tiene un valor w . La interacción entre agentes se dá a través del término $\Phi(v)w - \Psi(v)v$ y el tamaño y forma de la interacción moldeada por el ambiente reside en la función Q con un valor fluctuante modulado por la variable aleatoria η . Este modelo es muy intuitivo, el valor de votos para un partido en una casilla depende de la interacción con otra y de la interacción con el ambiente. Sin embargo encontrar las funciones adecuadas en modelos de éste tipo es muy limitado debido a que son computacionalmente demandantes, aún sin hacer consideraciones de las conexiones entre agentes. Un ejemplo interesante fue el uso de estos modelos de agentes en redes para describir la propagación del SARS-CoV-2 que, por desgracia, rápidamente se vuelven inmanejables con

el poder de cómputo con el que se cuenta actualmente. La evolución natural de estos modelos es la descripción en términos de variables continuas dado que se espera un gran número de eventos.. Esto se describe en términos de una ecuación tipo Boltzmann y su evolución a ecuaciones de Fokker-Planck. Éstas últimas son mucho más manejables.

En el estadio actual de la investigación el autor aún no ha desarrollado los códigos computacionales para su desarrollo y exploración, pero se encuentran en progreso. Dichos procesos son implementables en Julia, Python u otros lenguajes o aún en modelo realizado *ad hoc* denominado NetLogo.

4 Conclusiones

En este trabajo hemos presentado las distribuciones de probabilidad para los tres principales partidos en las elecciones modernas de México, los cuales, bajo restricciones adecuadas presentan un comportamiento parecido en casi todas las elecciones analizadas. Dicha uniformidad se mostró en las elecciones federales importantes a partir del 2006. El ajuste de dichas distribuciones cae en dos casos, uno, asociado con los partidos de larga data, como el PRI y el PAN y dos, con los partidos PRD y MORENA. El primero está caracterizado con una función con sesgo y decaimiento exponencial, mientras el segundo por un comportamiento gaussiano. En ambos casos las distribuciones corresponden a las soluciones estacionarias de ecuaciones tipo Fokker-Planck. Dichas ecuaciones pueden relacionarse con modelos de agentes que eventualmente de alguna luz sobre la razón de dicho comportamiento. Hasta el momento los decaimientos usuales están asociados a términos de deriva contante y un factor difusivo como potencia de la posición. Todos los modelos estudiados serán presentados de manera sistemática en un trabajo próximo a publicarse.

References

- [1] R. N. Mantegna and H. E. Stanley, “An introduction to Econophysics. Correlations and Complexity in Finance”, U.K.: Cambridge University Press, 2000, 144 p
- [2] S. Galam, “Sociophysics, A Physicist’s Modeling of Psycho-Political Phenomenas”, Springer, 2012, 439 p.
- [3] P. Ball, “Masa crítica. Cambio, caos y complejidad”, Turner Publicaciones and Fondo de Cultura Económica, 2008, 598 pp.

- [4] H. Hernández-Saldaña. “On the corporate votes and their relation with Daisy Models”, *Physica A*, vol. 388, 2009, p 2699-2704.
- [5] H. Hernández-Saldaña, “Results on Three predictions for July 2012 Federal election in Mexico based on past regularities”, *PLoS ONE*, vol. 8, num. 12, 2013, p. e82584
- [6] Disponible en: <https://www.ieem.org.mx>
- [7] Disponible en: <https://www.ine.mx>
- [8] H. Hernández-Saldaña. “Geopolitical Inhomogeneities in the Registered Voters Distribution and Their Influence in the Voters Participation Ratio Distribution: The Mexican Case ”, *Front. in App. Math. and Stat.*, vol. 7, 2021, pp 518371 -12
- [9] M. Á. Gutiérrez-Andrade, E. A. Rincón-García, S. G. de-los-Cobos-Silva, P. Lara- Velázquez ,R. A. Mora-Gutiérrez , and A. Ponsich, “Simulated annealing and artificial bee colony for the redistricting process in Mexico”, *Inform. J. Appl. Analytics.*, vol. 49, 2019, pp 189–200
- [10] H. Hernández-Saldaña. En progreso.
- [11] H. Hernández-Saldaña, “No-maxwellian dynamics and inverse gamma in the distribution of vote in Mexico”, no publicado.
- [12] G. Furioli, A. Pulvirenti, E. Terraneo and G. Toscani, “Fokker–Planck equations in the modeling of socio-economic phenomena” *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, vol. 27, num. 01, 2017, pp. 115-158.
- [13] H. Hernández Saldaña. “Un hecho estilizado en la revocación de mandato 2022 en México que recuerda las presidenciales de 2006”, *Reunión Nacional Académica de Física y Matemáticas*, vol 27, num. 27, 2022, pp. 269-273
- [14] H. Hernández-Saldaña, J. Flores and T.H. Seligman ” Semi-Poisson statistics and beyond”. *Physical Review E*. **60** (1999) 449-452.