

Del efecto en la competitividad de la conversión de votos en asientos.

On the effect on competitiveness of the conversion of votes into seats.

Ricardo de la Peña.

Investigaciones Sociales Aplicadas ®.

[ricartur@gmail.com.](mailto:ricartur@gmail.com)

Ponencia preparada para el tema METODOLOGÍAS PARA LOS ESTUDIOS ELECTORALES del XXXIV Congreso Internacional de Estudios Electorales “Representatividad y legitimidad en la construcción democrática”. Sociedad Mexicana de Estudios Electorales-Instituto Nacional Electoral-Tribunal Electoral del Poder Judicial de la Federación-El Colegio de la Frontera Norte-Universidad Autónoma de Baja California-Instituto Estatal Electoral de Baja California-Fundación para una Democracia Participativa. Tijuana, B.C., 17-20 de octubre de 2023.

Resumen.

Es un hecho conocido que en todo sistema de representación popular se encuentra definido algún procedimiento para la conversión de los votos obtenidos por contendiente en asientos en una asamblea, procedimiento que puede ser simple o complejo, único o mixto. En general, el traslado de los votos para convertirlos en posiciones en una asamblea supone una reducción mecánica en los niveles de fragmentación o competitividad intrínseca (la que puede no reproducirse empíricamente debido a la presencia del llamado efecto psicológico, que afecta el proceso automático de conversión).

Suele analizarse el efecto de la conversión mediante distintos indicadores para estimar la desproporcionalidad entre el reparto de votos y de asientos, entre los que destaca el medidor de distancia rectilínea de Loosemore y Hanby y el cálculo por mínimos cuadrados postulado por Gallagher. En el caso de esta ponencia, además de revisar este indicador, la intención es atender directamente a un estimador convencional de la competitividad, el índice fragmentación de Hersfindahl, que da cuenta del inverso del número de componentes de idéntico tamaño que permite reproducir el reparto de votos o asientos. En consecuencia, para medir el efecto de la conversión en la competitividad se estimará también su cambio relativo, tomando el valor absoluto del logaritmo del cociente de la fragmentación en ambos repartos.

Esto se hace en dos niveles: uno teórico, correspondiente al cálculo del efecto mecánico esperable; y otro empírico, revisando cuál ha sido el efecto real de conversión en

las elecciones para asambleas nacionales a nivel mundial de 1990 a 2019, a partir de los datos publicados en la base de datos por partido generada por el proyecto *Varieties of Democracy* (V-Dem), para ver el efecto efectivo de conversión y la desviación ocurrida entre lo esperable y lo observado.

Palabras clave: V-Dem, asientos, votos, conversión, representación.

Abstract.

It is a known fact that in every system of popular representation some procedure is defined for the conversion of the votes obtained by a contestant into seats in an assembly, which can be simple or complex, single or mixed. In general, the transfer of votes to convert them into positions in an assembly implies a mechanical reduction in the levels of fragmentation or intrinsic competitiveness, which may not be reproduced empirically due to the presence of the so-called psychological effect, which affects the automatic conversion process. .

The effect of the conversion is usually analyzed using different indicators to estimate the disproportionality between the distribution of votes and seats, among which the rectilinear distance meter of Loosemore and Hanby and the least squares calculation postulated by Gallagher stand out. In the case of this paper, in addition to reviewing this indicator, the intention is to directly address a conventional estimator of competitiveness, the Hersfindahl fragmentation index, which accounts for the inverse of the number of components of identical size that allows reproducing the distribution of votes or seats. Consequently, to measure the effect of the conversion on competitiveness, its relative change will also be estimated, taking the absolute value of the logarithm of the fragmentation quotient in both distributions.

This is done on two levels: a theoretical one, corresponding to the calculation of the expected mechanical effect; and another empirical one, reviewing what has been the real conversion effect in elections for national assemblies worldwide from 1990 to 2019, based on the data published in the party database generated by the *Varieties of Democracy* project (V- Dem), to see the effective conversion effect and the deviation that occurred between what was expected and what was observed.

Key Words: V-Dem, seats, votes, conversion, representation.

Introducción general.

Esta ponencia se sumerge en una exploración del proceso de conversión de votos en asientos. Esto se realiza a partir del análisis de los datos compilados por el proyecto *Varities of Democracy* (V-Dem) relativos a la votación lograda y su expresión en asientos obtenidos en las asambleas nacionales por los distintos partidos contendientes en elecciones durante las últimas décadas.

En este trabajo se adopta en lo fundamental el formato convencional llamado IMRyD (Introducción, Métodos, Resultados y Discusión), que es un modelo de estructura organizativa común para artículos de investigación destinados a publicaciones científicas (Sollaci y Pereira, 2004), recomendado por la Asociación Americana de Psicología para estudios empíricos (APA, 2019).

Este modelo supone que productos finales de una investigación se distancian del proceso de pensamiento para facilitar una exposición ordenada y clara, que inicia con un recorrido por la literatura del tema, para posteriormente externalizar las razones para realizar el estudio, incluyendo las preguntas de investigación, para luego continuar con la descripción de las fuentes, materiales y métodos empleados para el estudio, luego con la exposición de los resultados en general y respecto de la hipótesis planteada, para cerrar con la reflexión sobre las implicaciones de los hallazgos y las perspectivas de investigación abiertas. Este será el esquema que se siga a lo largo de este ensayo.

Marco teórico-conceptual.

Un sistema político es “la concreción organizativa de un conjunto de interacciones estables a través de las cuales se ejerce la política en un contexto limitado por la población” (Molina, 2007). Este sistema se forma por agentes e instituciones, pero también por creencias, normas, actitudes, valores, intenciones, comportamientos y sus interacciones mutuas y que son las fuentes del reconocimiento poder de la representación de las comunidades.

Estas interacciones sostienen y a la vez alteran un orden del que resulta una determinada distribución de utilidades, llevando a procesos de decisión que modifican el uso del poder para la obtención de objetivos definidos por los actores.

En última instancia, detrás de toda decisión de política pública habrá ganadores y perdedores y, por ende, un reparto de utilidades entre los actores sociales. Y con Duverger (1962:33) se puede decir que el sistema político no es otra cosa que la entidad en que confluyen los actores políticos.

Para este autor, las instituciones políticas son las partes integrantes de un subsistema que se denomina régimen político, entendido como el conjunto coordinado de instituciones políticas. En este sentido, el análisis del sistema político supone no sólo analizar las instituciones políticas en sí mismas, sino también las relaciones entre el régimen político y los restantes elementos del sistema social.

En las democracias modernas existe un principio fundamental para la toma de decisiones colectivas, partiendo de la universalidad del sufragio: la llamada “regla de la mayoría” (Bobbio, 1998) o el derecho de que sea la posición mayoritaria la que se adopte cuando existan diversas propuestas en torno a un asunto de interés público, pero con el respeto al derecho de las minorías, que permita su supervivencia y que eventualmente les posibilite adquirir la condición de convertirse en nuevas mayorías.

Las elecciones son entonces un instrumento para aplicar esta “regla de mayoría”. Son un ejercicio eficiente y claro que permite la selección de representantes legitimados por el acto de participación del universo poblacional en la resolución de quienes podrán tomar decisiones a nombre del colectivo, buscando a través de normas aceptadas por la misma comunidad que la formación de la representación responda a esta enarbolada “regla de mayoría”.

En el esquema liberal de la democracia, las elecciones suponen luego un conjunto de normas que delimitan la actuación de la representación electa. Para llevarlas adelante es necesario que exista esa parte del derecho público que constituye el sistema electoral: el conjunto de principios, reglas y procedimientos legales por medio de los cuales los ciudadanos, considerados electores, pueden expresar su voluntad política en votos, que se traducen en posiciones de gobierno.

Ergo, el derecho electoral ha de incluir las reglas que establecen las formas en que deben asignarse y distribuirse los cargos electivos. Ello es por lo general el producto de

circunstancias históricas, coyunturales y de peculiaridades de cada comunidad. Este sistema electoral debe fijar al menos y entre otros aspectos el principio de elección, bien sea por mayoría, de carácter proporcional o, lo que es común, una mezcla de ambos.

Toda elección tiene dos salidas: cantidades de votos emitidos para las opciones contendientes, y cantidades de asientos ganados por estas opciones en la representación popular. Sin embargo, ambas cantidades no tienen y no suelen reflejar idénticas proporciones. Es decir: no siempre la proporción de votos por un competidor se refleja en una proporción de asientos similar en una asamblea.

Vale la pena profundizar en los aspectos básicos que conforman las reglas electorales de un sistema: el principio de elección, tocando solamente los dos “tipos ideales” extremos: el principio de pluralidad o de mayoría relativa, que suele utilizar una división del territorio de un Estado en unidades distritales uninominales donde el ganador es quien obtiene el mayor número de votos. Este sistema tiende a alentar la formación y preservación de un número menor de contendientes y favorecer la integración artificial de mayorías, al propiciar sobrerrepresentación de los partidos mayores en la asamblea y subrepresentación o práctica desaparición en el espacio parlamentario de los partidos menores. Al respecto, Nohlen (1992) anota que el efecto reductivo no sólo se expresa en el reparto de escaños y formación de mayorías parlamentarias, sino en la cantidad de partidos que acceden a la representación.

El otro principio extremo es la representación proporcional, que suele utilizar una división territorial en grandes distritos —incluso en una unidad nacional—, reduciendo de forma deliberada las disparidades entre porcentajes de votos y escaños en asamblea, incentivando la fragmentación y reduciendo la probabilidad de formación de una mayoría automática en el órgano legislativo, lo que suele obligar al establecimiento de mecanismos de alianza entre partidos.

Ya en 1951 Duverger advertía que todo sistema electoral genera efectos sobre los resultados de la votación, que es el reparto de asientos que produce, y por ende en el sistema de partidos que se genera. De hecho, el efecto más importante corresponde a las eventuales distorsiones que se producen en la relación entre la porción de votos y de escaños que logra cada partido, la llamada desproporcionalidad.

Es un hecho conocido que “todo sistema electoral funciona como un filtro que criba o tamiza las manifestaciones que los ciudadanos han llevado a cabo en las urnas, al distribuir posteriormente los escaños entre los partidos contendientes” (Ocaña y Oñate, 1999).

La propuesta para el análisis de esta conversión expuesta por Duverger se basa en diferenciar lo que denomina efectos mecánicos, consecuencia directa de las reglas formales de conversión adoptadas en un sistema, de los psicológicos, relativos a los comportamientos de los votantes ante las alternativas que disputan su voto (Valdés, 1994:102).

El autor francés consideró que los métodos electorales de mayoría a una vuelta tienden a producir sistemas bipartidistas, mientras que los sistemas de mayoría a dos vueltas y los de representación proporcional conducen a la formación de sistemas multipartidistas. Esta partición es matizada posteriormente por Sartori (1976), quien aproxima la formulación a la evidencia empírica, al considerar que este esquema es meramente tendencial

Cabe mencionar que no resulta sencilla ni clara la consecuencia perceptual que la desproporcionalidad produce en los ciudadanos: aunque teóricamente se asumiría que una más estrecha adecuación propiciaría una mayor satisfacción de los electores, la evidencia empírica al respecto es contradictoria (Ferland, 2015).

Más tarde, Rae (1967:134) precisaría que los sistemas electorales producen, invariablemente, un efecto de concentración en la consecución de asientos a partir de los votos, generándose un punto de ruptura que diferencia partidos mayores, que logran una mayor proporción de asientos que sus votos, y partidos menores, que enfrentan la situación contraria (Taagepera y Shugart, 1989).

Es así como a lo largo de más de un siglo se han efectuado muy diversos ejercicios orientados a establecer o corroborar relaciones lógicas que vinculan los votos logrados por los partidos y los asientos que les corresponden, dadas unas determinadas reglas electorales.

Este problema tiende a ser materia de mayor atención en sistemas que aplican principios distintos a la representación proporcional, la cual por su propia definición tiende a igualar el reparto de asientos con el reparto de votos obtenido, lo que no ocurre en sistemas que aplican la regla de pluralidad o "principio de mayoría relativa", donde es preciso disponer de un algoritmo para la conversión.

Vale la pena entonces hacer un recorrido por las lógicas que están detrás de estos repartos y los algoritmos disponibles para la medición de los efectos de la conversión.

Método y fuente para el estudio.

A. Sobre el reparto de votos y asientos.

Toda elección de una asamblea nacional tiene dos salidas: los votos recibidos por cada contendiente y los asientos que obtiene como consecuencia de los sufragios que consiguió.

Así, como resultado de una elección, el total de votantes (v) se divide entre quienes sufragaron por cada uno de los contendientes (v_i), excluyendo para fines de cálculo la parte de quienes se abstuvieron de votar en forma activa o pasiva:

$$v = \sum_{i=1}^k v_i$$

De lo que se obtiene de manera elemental las proporciones de voto por cada contendiente respecto al total de votos válidos (p_i):

$$p_i = \frac{v_i}{\sum_{i=1}^k v_i} = \frac{v_i}{v}$$

De igual suerte, los asientos en las asambleas nacionales (s) se dividen según se hayan asignado a uno u otro de los contendientes (s_i) y las reglas de reparto establecidas en el sistema:

$$s = \sum_{i=1}^k s_i$$

De lo que se obtiene de manera trivial las proporciones de asientos logrados por cada uno de los contendientes respecto al total de asientos que se reparten (q_i):

$$q_i = \frac{s_i}{\sum_{i=1}^k s_i} = \frac{s_i}{s}$$

La dispersión del reparto de votos y de asientos puede medirse de varias maneras:

- a) La formulación típicamente estadística, por su desviación estándar.

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k [p_i - (1/k)]^2}{k}}$$

Y de igual manera

$$\sigma_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k [q_i - (1/k)]^2}{k}}$$

- b) O bien mediante la formulación propiamente politológica: el índice de Herfindahl (1950), como medida de la fragmentación.

$$H_p = \sum_{i=1}^k p_i^2$$

Y de forma paralela

$$H_q = \sum_{i=1}^k q_i^2$$

Una medida trivial y útil de la relación entre votos y asientos para cada contendiente es la llamada razón de ventaja (Taagepera y Shugart, 1989), que viene dada por:

$$a_i = q_i/p_i$$

Y que toma un valor igual a uno cuando al contendiente le corresponde exactamente la misma proporción de asientos que la de votos obtenidos, superior a uno cuando alcanza una proporción mayor de asientos que la de votos, e inferior a uno cuando ocurre lo contrario.

La diferencia entre condiciones superavitarias o deficitarias en el reparto de asientos respecto a los votos recibidos permite estimar un punto de ruptura de la equidad en un sistema electoral determinado.

B. Sobre los sistemas de representación.

De conformidad con Lijphart (1995), son dos las consecuencias básicas que tiene un sistema electoral en las democracias: la determinación del carácter multipartidista de la representación o su contraparte, la generación de mayorías legislativas y consiguiente desproporcionalidad que propicia entre votos y asientos para los contendientes.

Ambas características estarían en contraposición permanente y en distintos sistemas electorales se habría buscado fórmulas para maximizar la probabilidad de producción de condiciones de gobernabilidad en el seno del órgano legislativo mediante la formación de mayorías, con el menor menoscabo posible de la proporcionalidad de la representación respecto al reparto de votos.

Al respecto, está matemáticamente demostrado que métodos de reparto entre cuatro o más divisiones que no violen la regla de cuota —por la que el número de escaños a asignarse a un partido determinado debe estar entre los redondeos superior o inferior de su participación proporcional fraccionaria— darán siempre lugar a paradojas (Balinski y Young, 1982).

A pesar de lo anterior, son diversas las variables con las que puede jugarse para minimizar los efectos del sistema de reparto adoptado. Entre las principales se encuentra: el tamaño de la asamblea y el número de distritos, que derivan en un promedio de asientos por distrito (magnitud prorrateada); y el umbral electoral o nivel mínimo de votos necesario para tener derecho a representantes.

Tocante a la magnitud prorrateada, se puede afirmar que existen dos sistemas “típico ideales” o extremos para la formación de la representación: elecciones por mayoría relativa, donde hay un ganador por distrito que se lleva el cargo en disputa, lo que provoca que la desproporcionalidad tienda a aumentar, para favorecer la producción de mayorías, en un modelo generalmente bipartidista; y sistemas de representación proporcional, donde cada cuál tiende a llevarse lo que le toca en una única bolsa de asientos a repartir, sacrificando la obtención de mayorías en aras de eliminar la desproporción entre votos y asientos, lo que propicia la preservación de múltiples partidos.

Históricamente, los sistemas anglosajones suelen aproximarse al modelo puro de mayoría relativa, aunque los sistemas con doble vuelta tendrían básicamente consecuencias

similares, si no propician una mayor concentración de asientos (Derbyshire y Derbyshire, 2000). En el otro extremo, algunos sistemas europeos continentales se aproximan al modelo puro de representación proporcional. Y existen sistemas electorales que con diversas lógicas han buscado ubicarse en un punto intermedio entre estas dos posibilidades.

De esta manera, todo sistema electoral resuelve de alguna manera el dilema entre los dos objetivos posibles: formación de mayorías y proporcionalidad entre votos y asientos. Es por ello que el análisis sobre una posible reforma al sistema electoral mexicano no puede reducirse meramente a uno de los aspectos, soslayando la consecución del otro.

De entrada, es importante considerar que, como el propio Lijphart demuestra, más allá de cierto umbral mínimo y manteniendo los demás factores constantes, el tamaño de la asamblea por sí mismo tiene una reducida influencia en la competitividad en el sistema.

Rae (1967) estableció un esquema para el análisis de las condiciones de existencia de mayorías legislativas que resulta pertinente. Así, partió a las mayorías en ganadas, cuando reflejan una votación mayoritaria, y manufacturadas, cuando son consecuencia de las reglas de traslación de votos a asientos y no del logro de una votación mayoritaria. En este ensayo se recupera este criterio como una de las vertientes analíticas de los efectos de la conversión votos-asientos.

Las formulaciones tradicionales para la transformación de votos en asientos parten de una premisa que limita su alcance: asumir un valor entero para el exponente de conversión y no una posible dimensión fraccional para la estimación del reparto.

Theil (1969) elimina este problema, al adoptar un enfoque que recupera la medida de entropía propia de la teoría de la información, además de permitir en su formulación tener un valor fraccional en el exponente de poder, por lo que el efecto del reparto de votos y asientos puede establecer como:

$$q_i = \frac{p_i^\alpha}{\sum_{i=1}^k p_i^\alpha}$$

Siendo α el exponente de poder para la conversión.

Para sistemas de representación proporcional se tiene que $\alpha \rightarrow 1$ y entonces:

$$q_i \approx \frac{p_i^1}{\sum_{i=1}^k p_i^1} = p_i$$

Tendiendo por tanto a igualarse el reparto de asientos con el de votos.

Pero no así para sistemas de mayoría relativa (pluralidad), típicamente la relación tiene una mayor potencia. Así, si $\alpha \rightarrow 3$ entonces:

$$q_i \approx \frac{p_i^3}{\sum_{i=1}^k p_i^3}$$

Que es la llamada “ley del cubo”, atribuida originalmente a los británicos Edgeworth y Smith, quienes la formularan a principios del siglo pasado (Kendall y Stuart, 1950), que arroja una participación mayor en asientos para los partidos con más votos y que corresponde a la conversión propiciada por el factor que suele presentarse en sistemas de mayoría relativa con distritos uninominales.

Empero, Tufté (1973) rechaza esta descripción cuestionando su condición legal, ya que supone una uniformidad en todos los sistemas electorales que no se observa en la práctica, cuando en la realidad existen variaciones en la participación electoral entre las unidades de reparto, diferentes nivel de “nacionalización” de los partidos y deformaciones en la división territorial en distritos.

Más adelante, Taagepera (1986) adopta una perspectiva teórica novedosa y de mayor eficacia, al buscar disponer de una fórmula concisa dotada de capacidades predictivas, explicativas y generativas, por lo que da una definición operacional para estimar el exponente de poder para la conversión de votos en asientos, por la que establece que

$$q_i = \frac{p_i^n}{\sum_{i=1}^k p_i^n}$$

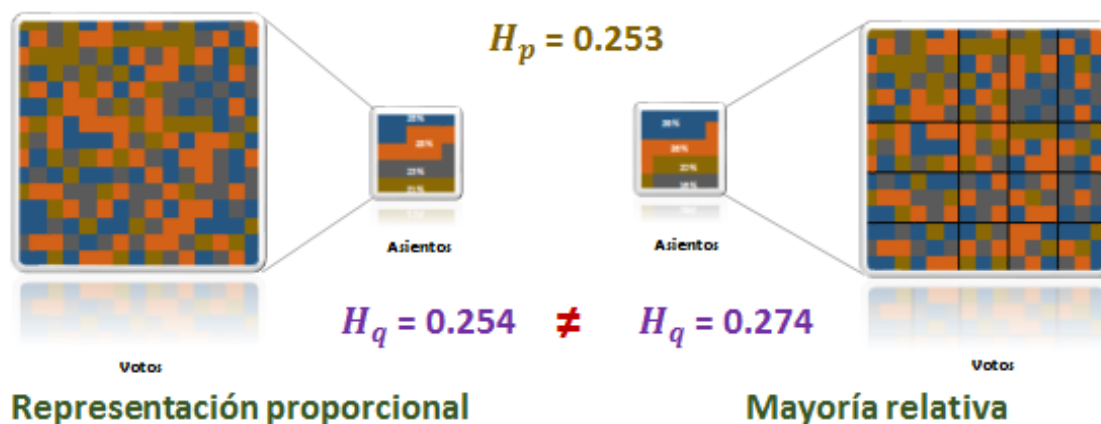
Donde

$$n = \left(\frac{\log v}{\log s} \right)^{\frac{1}{M'}}$$

En la que n corresponde a una relación entre el volumen de votantes (v) en una sociedad y la cantidad de asientos a repartir en su asamblea nacional (s), respondiendo así a la demanda de canales de representación, por lo que lo denomina “exponente de poder”. Este exponente, según afirma este autor, es constante para todos los contendientes en una elección y relativamente estable en el tiempo, por lo que puede considerarse como característico de un sistema electoral. Como factor de ajuste, se toma M' , que es la magnitud prorrateada de las unidades de reparto, o lo que es lo mismo el promedio de asientos que se asignan en cada partición.

La formulación del exponente de poder responde a un modelo abstracto, de carácter probabilístico, que Taagepera considera plausible. En principio, al tomar este exponente y efectuar el cálculo conforme la ecuación de Theil, se conjetura que se tendría una aproximación asintótica con la proporción de combinaciones de votos por una determinada opción que resultan superiores a otras opciones respecto al total de combinaciones de votos posibles, dada una división de los sufragios en una cantidad de partes preestablecida: las unidades de reparto, típicamente llamadas distritos o circunscripciones (De la Peña, 2007).

La diferencia entre la lógica de reparto conforme al principio de representación proporcional, para la cual el exponente de poder se aproxima a uno, y la de mayoría relativa, donde tiende a ser mayor e incluso llegar al valor de tres, puede mostrarse en el siguiente ejemplo, donde a idéntica votación corresponde un reparto de asientos distinto.



Lo anterior explica la naturaleza básica del fenómeno de conversión de votos en asientos: la transformación es fundamentalmente isomórfica, en tanto responde a una misma estructura, pero propicia un efecto reductivo al cambio de escala.

Ello se debe a que la conversión responde a una lógica donde el exponente de poder no es otra cosa que la dimensión fractal (Mandelbrot y Wheeler, 1983), entendiendo por fractal a un objeto cuya estructura básica se repite a diferentes escalas, y que da cuenta de la relación entre el número de electores que votan y el número de asientos que se eligen. En específico, esta reducción correspondería a la dimensión de Hausdorff (1919).

C. Sobre los estimadores de proporcionalidad.

Hay varias propiedades que razonablemente se debieran requerir en cualquier índice de desproporcionalidad. Taagepera y Grofman (2003) advierten que estos índices deben ser informativamente completos, al usar los datos relativos a todos los contendientes, y tratar a todos los participantes de manera uniforme. Más tarde, Karpov (2008) añade otros criterios, entre los que se encuentran:

1) Anonimato: si permutamos votos y escaños de la misma manera, el valor del índice no debe cambiar; equivale al criterio de simetría de Taagepera y Grofman (2003).

2) Principio de transferencias: conocido como de Dalton (1920), supone que si se transfiere un escaño de un partido sobrerrepresentado a otro subrepresentado, el valor del índice de desproporcionalidad debiera disminuir (Monroe, 1994).

3) Homogeneidad o invariancia de escala: el valor del índice debe permanecer invariante si los votos cambian proporcionalmente; ergo, es irrelevante si los votos se expresan en cualquier base, sea unidades, porcentajes u otra.

4) Normalización: el valor del índice debe estar en el intervalo unitario (0 a 1) y para cualquiera de los valores extremos debe haber al menos una distribución de escaños que alcance dicho valor.

Ahora bien, para medir el efecto de la conversión de votos en asientos se emplean, entre otros y de forma preferente, dos distintos indicadores:

a) El índice de desproporcionalidad de Loosemore y Hanby (1971), que supone dividir la suma de las diferencias absolutas entre votos y escaños de cada partido entre dos, evitando la doble contabilización de salientes y entrantes del fenómeno de distorsión y otorgando un estimador de la desproporcionalidad que se da de manera agregada en una elección, pero evitando extraer la media de las diferencias, como antes propuso Rae (1967).

Este índice tiene su correlato en la medida más común de la volatilidad de los votos o de los asientos entre elecciones, debida a Pedersen (1979).

$$D = \frac{\sum_{i=1}^k |p_i - q_i|}{2}$$

b) El índice de mínimos cuadrados de Gallagher (1991), —que no es un ajuste de mínimos cuadrados en sentido estadístico— intenta refleja en mayor medida las desviaciones mayores entre porcentajes de voto y escaños que las desviaciones menores, ponderando estas desviaciones para hacer menos sensible el índice a discrepancias menores, y nuevamente eliminando la doble contabilidad que propicia considerar tanto las entrantes como las salientes en las diferencias:

$$G = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (p_i - q_i)^2}{2}}$$

Esta medida resulta ser la más comúnmente usada para estimar la distancia entre dos puntos en un espacio euclídeo en general y en la psefología en particular, entre otras razones por ofrecer la combinación más deseable de características para medir la desproporcionalidad (Taagepera y Grofman, 2003), además de poder emplearse como medidor universal de la distancia, sin importar el significado específico que tengan las variables.

Así, la misma ecuación es uno de los procedimientos de cálculo usuales en el ámbito demoscópico, al emplearse para calcular la diferencia entre la votación esperada conforme una encuesta previa a una elección y la votación realmente observada (De la Peña, 2023).

Estos indicadores corresponden a los valores normalizados de la distancia de Minkowski (1910). Esta distancia mide la diferencia entre dos puntos en un espacio vectorial

multidimensional y que formalmente se define como la raíz m -ésima de la suma de las diferencias absolutas entre dos puntos, elevadas al poder m :

$$\mathcal{M}_m = \sqrt[m]{\sum_{i=1}^k (|p_i - q_i|^m)}$$

El límite superior de esta distancia varía según la potencia m :

$$0 \leq \mathcal{M}_m \leq \sqrt[m]{2}$$

Cuando $m=1$ se tiene la llamada distancia rectilínea (o de Manhattan), que expresa la capacidad previsor del reparto de asientos a partir del conocimiento del reparto de votos:

$$\mathcal{M}_1 = \sum_{i=1}^k |p_i - q_i|$$

Esta distancia resulta semejante a la divergencia o ganancia de información (\mathfrak{D}), llamada entropía relativa (Kullback y Leibler, 1951), medida que resulta no simétrica y que, por ende, no conforma una métrica. Al comparar este estimador con \mathcal{M}_1 se obtiene una correlación muy alta (0.99), lo que permite afirmar que

$$\left\{ \mathcal{M}_1 = \sum_{i=1}^k |p_i - q_i| \right\} \cong \left\{ \mathfrak{D} = \sum_{i=1}^k p_i \left| \ln \frac{p_i}{q_i} \right| \right\}$$

Cuando $m=2$ se tiene la distancia euclídea, que es la medida comúnmente usada para estimar la distancia entre dos puntos en un espacio euclídeo.

$$\mathcal{M}_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^k (p_i - q_i)^2}$$

Esta distancia euclídea por definición tiene un valor igual o menor que la distancia rectilínea:

$$\mathcal{M}_2 \leq \mathcal{M}_1$$

La normalización de estas distancias se logra escalando los valores originales al rango entre cero y uno (intervalo unitario), dividiendo entre dos la suma de las distancias de la distribución de votos respecto a la de asientos antes de la radicación, lo que supone asignar signo a los componentes según se sitúen a un lado u otro de la igualdad.

$$\overline{\mathcal{M}}_m = \frac{m}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (|p_i - q_i|^m)}{2}}}$$

El límite superior de esta distancia es la unidad, sin importar el valor que adquiera la potencia m , obteniendo así cantidades que se pueden expresar como porcentajes.

$$0 \leq \overline{\mathcal{M}}_m \leq 1$$

El índice de desproporcionalidad de Loosemore y Hanby corresponde a la potencia $m = 1$ de la distancia de Minkowski normalizada y el índice de mínimos cuadrados de Gallagher a la potencia $m = 2$.

Cabe señalar que, por definición, G es siempre igual o menor que D .

$$G \leq D$$

Es de señalarse que tanto el índice de Loosemore-Hanby como el de Gallagher no cumplen a cabalidad el principio de transferencia mencionado por Karpov como uno de los requisitos que deben satisfacer los índices de desproporcionalidad, aunque ello tenga escasa relevancia. Respecto a la normalización, tampoco se satisface plenamente debido al carácter finito, entero y reducido del número de asientos que se reparten en toda elección (Arredondo *et al.*, 2020), lo que también afecta por cierto a la cantidad de sufragios que se registran.

Por otro lado, con miras a estimar el efecto en la competitividad de la conversión de votos en asientos, es posible construir y calcular un estimador de este efecto de conversión, que parta de recuperar el índice de fragmentación para votos y asientos para luego calcular el valor absoluto del logaritmo del cociente entre ellos:

$$C = \left| \log \frac{H_q}{H_p} \right| = \left| \log \frac{\sum_{i=1}^k q_i^2}{\sum_{i=1}^k p_i^2} \right|$$

La lógica de la construcción de este indicador supone que la extracción del logaritmo de los índices de fragmentación de votos y de asientos permite generar valores simétricos entre sí, pero con signos opuestos, según se extraiga el cociente de la fragmentación del voto entre la de asientos o la inversa, la de asientos entre votos. Luego, al ajustar este valor por su absoluto se elimina el signo y se tiene que

$$\left| \log \frac{H_q}{H_p} \right| \equiv \left| \log \frac{H_p}{H_q} \right|$$

Por tanto, C puede también expresarse como

$$C = \left| \log \frac{H_p}{H_q} \right| = \left| \log \frac{\sum_{i=1}^k p_i^2}{\sum_{i=1}^k q_i^2} \right|$$

Luego, puede considerarse a C como el cálculo genérico de la relación entre los índices de fragmentación de votos y asientos.

Tabla 1. Correlaciones teóricas entre estimadores del efecto de conversión

	Diferencia entre desviaciones	Índice de desproporcionalidad	Índice de mínimos cuadrados	Estimador del efecto de conversión
Diferencia entre desviaciones	1	0.686	0.769	0.784
Índice de desproporcionalidad	0.686	1	0.977	0.833
Índice de mínimos cuadrados	0.769	0.977	1	0.828
Estimador del efecto de conversión	0.784	0.833	0.828	1

FUENTE: Cálculos propios con base en el efecto mecánico de conversión

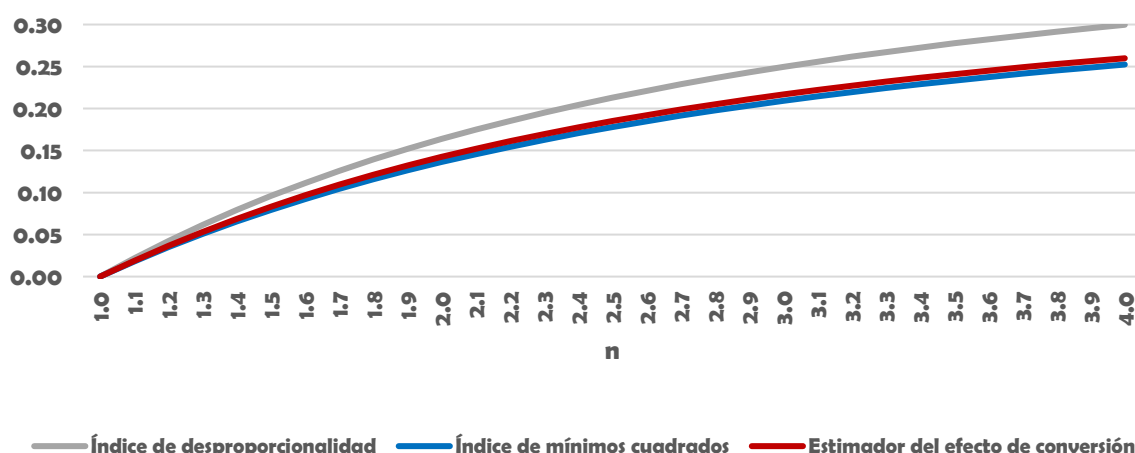
Que arroja una media y una desviación estándar que son cercanas a G , con la ventaja de que C se aproxima más que G y D a la diferencia entre las desviaciones estándar de los repartos de votos y asientos conforme valores ajustados sólo por efecto mecánico (Tabla 1).

Con base en este efecto mecánico, se tiene que entre mayor es el exponente de poder mayor es la desproporcionalidad por el efecto de la conversión (Gráfico 1).

Estos cálculos están generados a partir de una base de datos que considera más de un cuarto de millón de variaciones del reparto de asientos según distintos repartos de votos y considerando diferentes exponentes de poder, que van de uno hasta cuatro.

Lo anterior no hace sino constatar la diferencia existente entre sistemas de mayoría relativa y los de representación proporcional, aunque eludiendo la visión desde los extremos hacia la observación y consideración del continuo del proceso mecánico de formación de la representación a partir de los sufragios.

Gráfico 1. Efecto teórico de conversión según exponente de poder



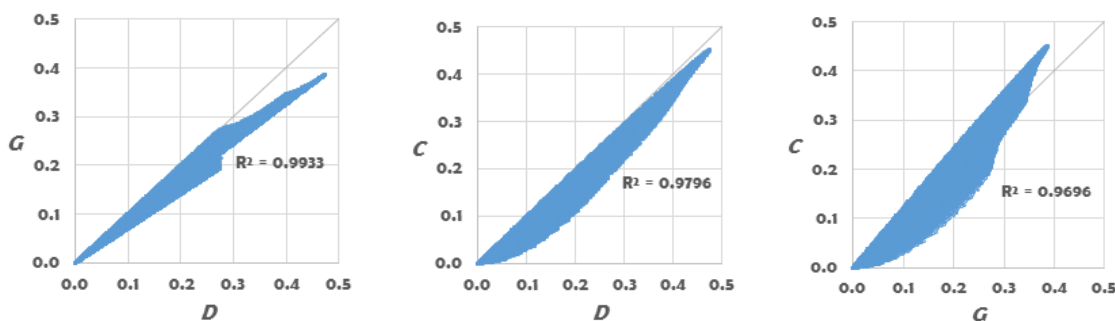
FUENTE: Cálculos propios con base en el efecto mecánico de conversión

Ahora bien, como se puede observar en el Gráfico 2, aunque la relación de D con los otros estimadores ubica a éste siempre como mayor o igual que los otros, en el caso de la relación entre C y G el vínculo es más complejo, donde G es en promedio mayor o igual que C hasta un punto de inflexión, ubicado en torno a 20 por ciento, nivel en que la relación entre ambos estimadores se invierte.

Desde luego, estos cálculos teóricos resultan ser una manera reductiva de establecer los vínculos entre los distintos estimadores de conversión, que en la práctica han de ser más complejo, debido a que entra en juego a nivel mecánico no solamente el exponente de poder

que corresponda, sino las específicas reglas de conversión que se empleen, las particiones territoriales y los efectos de índole psicológica involucrados, entre otros factores.

Gráfico 2. Dispersión teórica entre estimadores de conversión votos-asientos



FUENTE: Cálculos propios con base en el efecto mecánico de conversión

D. Sobre la fuente de información.

Una fuente confiable, completa y relativamente actualizada para este estudio es la base de datos sobre partidos producida y puesta a disposición pública por el proyecto *Varities of Democracy* (V-Dem), que incluye los datos sobre resultados electorales logrados por los partidos que alcanzaron más del cinco por ciento de la votación en las elecciones de todo el mundo durante el período 1990-2019.

El proyecto V-Dem es llevado a cabo por una instancia permanente, fundada por el profesor Staffan I. Lindberg en 2014. A partir de años recientes, V-Dem ha complementado su oferta con una base de datos sobre partidos políticos y sus resultados electorales (Lindberg *et al.*, 2022a), que cuenta con su respectivo libro de códigos (Lindberg *et al.*, 2022b).

Esta base cubre datos electorales de 1900 a la fecha, aunque las codificaciones de expertos, esenciales para análisis como el que se intenta, están disponibles generalmente a partir de 1970.

Estos reportes incluyen datos de organizaciones que nominaron candidatos a puestos a las cámaras bajas de cada nación y que alcanzaron asientos o al menos cinco por ciento de la votación en una elección dada.

Con esta información se realiza un ejercicio de comparación entre el reparto de votos por partido y su saldo en asientos obtenidos en la asamblea nacional. Así, se cuenta con datos para 925 elecciones en 152 naciones respecto a las cuales se dispone de información suficiente para efectuar los cálculos pretendidos.

La unidad de análisis que se utiliza en este estudio es la elección, dado que la estimación de la conversión de votos a asientos obliga a la consideración agregada de los distintos partidos que contienden en una elección determinada.

La cuota de votos y de asientos que ganó cada partido en una determinada elección a la cámara baja fue codificada a partir de Döring y Düpont (2020) y recodificada en una escala de cero a uno, para expresarla en porcentajes.

Para fines de este análisis no se consideran las coaliciones electorales que pudieron formar distintos partidos que contendieron como entidades diferenciadas, debido a que estas alianzas pueden y suelen generar repartos de asientos que no necesariamente son producto directo de la votación de sus componentes, sino resultado de acuerdos entre las organizaciones concurrentes a una coalición.

Debe mencionarse que los datos incorporados a las bases de V-Dem corresponden a diferentes tipos de medidas, que van desde las objetivas y directamente observables, que son codificadas por asistentes de investigación, como es el caso de los datos referidos a votos y asientos logrados por cada contendiente en una elección (Coppedge *et al.*, 2021).

Resultados del análisis.

Dada la diversidad y complejidad de las reglas de conversión que se aplican en las distintas democracias, las correlaciones que se observan de manera empírica son menores a lo teóricamente esperado (Tabla 2).

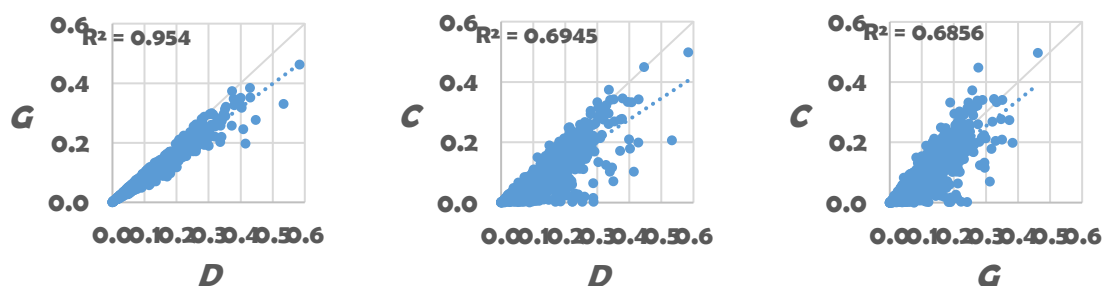
Como se había postulado, por definición el índice de mínimos cuadrados de Gallagher es igual o menor que el índice de desproporcionalidad de Loosemore y Hanby, lo que se muestra en el Gráfico 3.

Tabla 2. Correlaciones entre estimadores del efecto de conversión

	Diferencia entre desviaciones	Índice de desproporcionalidad	Índice de mínimos cuadrados	Estimador del efecto de conversión
Diferencia entre desviaciones	1	0.686	0.769	0.784
Índice de desproporcionalidad	0.686	1	0.977	0.833
Índice de mínimos cuadrados	0.769	0.977	1	0.828
Estimador del efecto de conversión	0.784	0.833	0.828	1

FUENTE: Cálculos propios con base en Lindberg *et al.*, 2022a

Gráfico 3. Dispersión observada entre estimadores de conversión votos-asientos



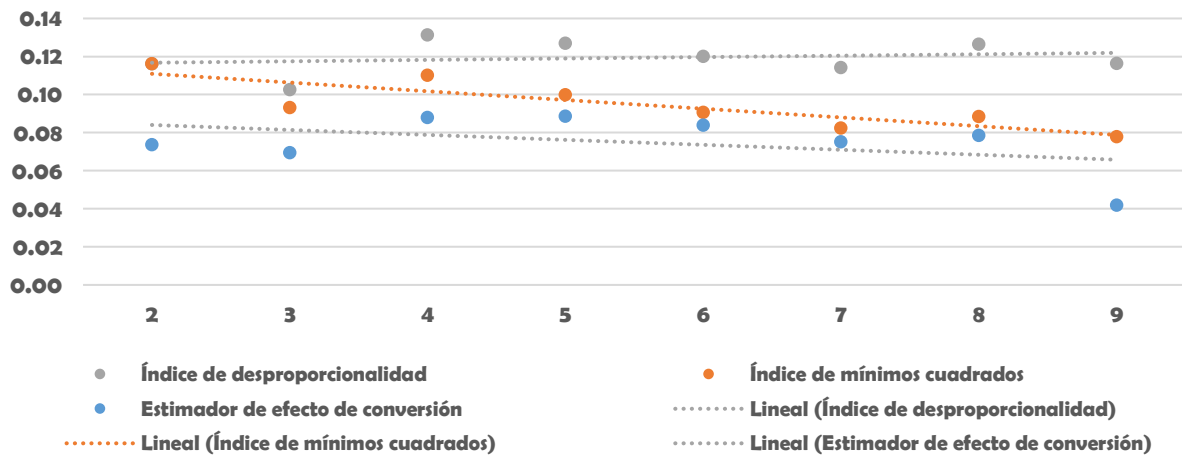
FUENTE: Cálculos propios con base en Lindberg *et al.*, 2022a

Ahora bien, no parece existir una relación tan clara ni tan elevada entre los índices tradicionales de la proporcionalidad (el de Loosemore y Hanby y el de Gallagher) con el estimador de efecto de conversión, por lo que en términos prácticos este último corresponderá a un método distinto y alternativo para calcular las consecuencias derivadas de las reglas de conversión de votos en asientos en las democracias.

El índice de desproporcionalidad guarda menor semejanza con la diferencia entre desviaciones típicas de los votos y los asientos, mientras que el estimador del efecto de conversión es ligeramente más próximo a esta diferencia que el índice de mínimos cuadrados.

Como sería esperable, a mayor cantidad de contendientes (k) es menor la desproporcionalidad por el efecto de conversión, al menos para dos de los tres estimadores disponibles (Gráfico 4).

Gráfico 4. Efecto de conversión según número de contendientes



FUENTE: Cálculos propios con base en Lindberg *et al.*, 2022a

Existe una clara diferencia en los efectos de la conversión según sean sistemas de mayoría relativa o de representación proporcional (Tabla 3).

Tabla 3. Efecto de conversión según tipo de sistema electoral

Sistema electoral	Índice de desproporcionalidad	Índice de mínimos cuadrados	Estimador del efecto de conversión
Mayoritario	0.163	0.134	0.114
Mixto	0.145	0.116	0.103
Proporcional	0.094	0.073	0.057
Total	0.120	0.096	0.080

FUENTE: Cálculos propios con base en Lindberg *et al.*, 2022a

El logro de la mayoría absoluta en la votación por el componente mayor lleva aparejada una mayor desproporcionalidad entre votos y asientos (Tabla 4).

Tabla 4. Efecto de conversión según mayoría absoluta en la votación

Mayoría absoluta en votación	Índice de desproporcionalidad	Índice de mínimos cuadrados	Estimador del efecto de conversión
No	0.120	0.092	0.076
Sí	0.122	0.107	0.089
Total	0.120	0.096	0.080

FUENTE: Cálculos propios con base en Lindberg *et al.*, 2022a

Revisando el comportamiento a lo largo del tiempo, luego de un descenso en los niveles de desproporcionalidad en la última década del siglo pasado, se ha tendido a una estabilidad en el efecto de conversión (Tabla 5).

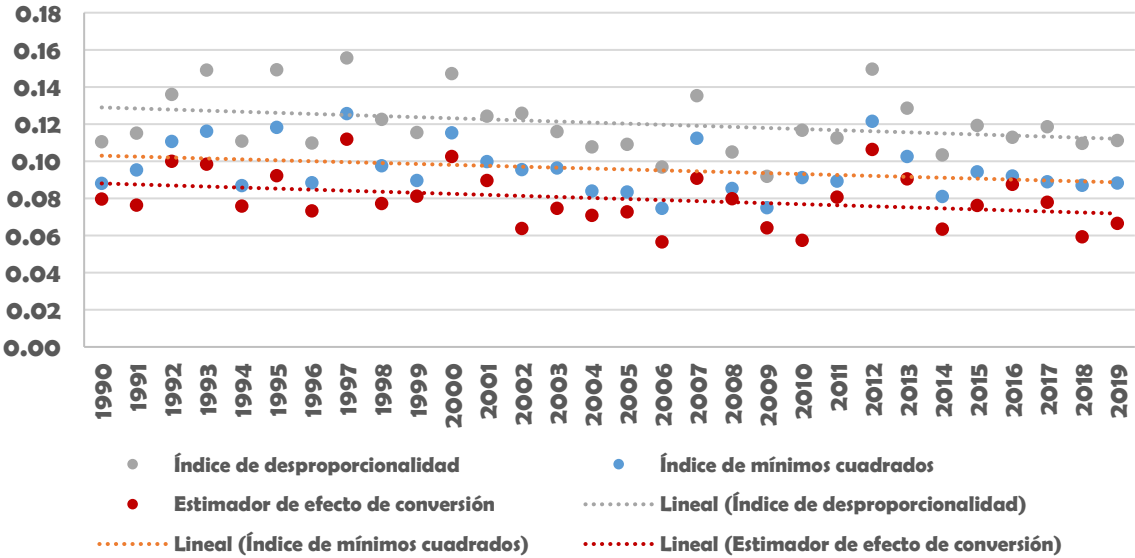
Empero, una tendencia descendente se constata cuando se separan las elecciones según su año de celebración, aunque ello puede estar impactado por en cuáles naciones específicamente se celebraron comicios cada año (Gráfico 5).

Tabla 5. Efecto de conversión según década de la elección

Década de la elección	Índice de desproporcionalidad	Índice de mínimos cuadrados	Estimador del efecto de conversión
1990-1999	0.127	0.101	0.086
2000-2009	0.116	0.092	0.076
2010-2019	0.118	0.093	0.077
Total	0.120	0.096	0.080

FUENTE: Cálculos propios con base en Lindberg *et al.*, 2022a

Gráfico 5. Efecto de conversión por año de la elección



FUENTE: Cálculos propios con base en Lindberg *et al.*, 2022a

Es menester señalar que detrás de los datos agregados del efecto de conversión se encubren diferencias en los niveles de desproporcionalidad existentes durante este siglo entre las distintas regiones geo-políticas del mundo. Como se muestra en la Tabla 6, la menor

discrepancia entre la distribución de votos y su resultado en asientos se presenta en Europa Occidental y Norteamérica, aunque es casi idéntica la que se observa en América Latina y el Caribe. En contraparte, las mayores variaciones entre el reparto de votos y el de asientos se dan en el África Subsahariana y en la región de Asia-Pacífico.

Tabla 6. Efecto de conversión según región geo-política

Región geo-política	Índice de desproporcionalidad	Índice de mínimos cuadrados	Estimador del efecto de conversión
Europa Oriental y Asia Central	0.136	0.107	0.086
América Latina y el Caribe	0.109	0.084	0.063
Medio Oriente y Noráfrica	0.123	0.097	0.071
África Subsahariana	0.132	0.113	0.095
Europa Occidental y Norteamérica	0.086	0.064	0.061
Asia y Pacífico	0.152	0.121	0.106
Total	0.120	0.096	0.080

FUENTE: Cálculos propios con base en Lindberg *et al.*, 2022a

Discusión de resultados.

Toda elección tiene dos salidas: cantidades de votos emitidos y de asientos ganados por contendiente. Ambos resultados no tienen por qué y no suelen reflejar idénticas proporciones.

De hecho, hace medio siglo que se demostró matemáticamente que cualquier método de reparto entre cuatro o más divisiones que no viole la regla de la cuota (que el número de escaños que deben asignarse a un partido determinado debe estar entre los redondeos superior o inferior de su participación proporcional fraccionaria) dará lugar a paradojas.

Son dos los “tipos ideales” referidos a las reglas de conversión de votos en asientos en un sistema: el principio de pluralidad o de mayoría relativa, que suele utilizar una división del territorio de un Estado en unidades distritales uninominales, donde el ganador es quien obtiene el mayor número de votos y que favorece la formación de mayorías; y el principio de representación proporcional, que suele utilizar una división territorial en grandes distritos, reduciendo las disparidades entre porcentajes de votos y escaños en las asambleas, aunque disminuye la propensión al logro de mayoría legislativa por un contendiente específico.

Existen varios procedimientos para evaluar desde un horizonte cuantitativo el fenómeno de conversión de votos en asientos. Los diversos algoritmos analizados en este

ensayo son todos válidos y suponen aproximaciones que, si bien arrojan distintos resultados, no resultan esencialmente contradictorias entre sí.

Ello porque los estimadores convencionales de la desproporcionalidad resultan ser en términos prácticos expresión de la normalización de las distancias de Minkowski, que sería una medida fundamental y convencional para establecer la separación entre dos colecciones de puntos, como en este caso son los datos de votos y de asientos obtenidos en una elección por cada contendiente.

Los niveles de determinación de los valores de estos estimadores de la desproporcionalidad o del efecto de conversión los acerca de manera muy estrecha y desde un cálculo teórico a la diferencia entre las desviaciones típicas observadas en votos y asientos. Empero, cuando se revisa la evidencia empírica, se descubre que es menor la proximidad que se observa que la teóricamente esperada.

El efecto de conversión que distorsiona la proporción de asientos por partido respecto a los votos logrados disminuye en la medida que es mayor la cantidad de contendientes y, como se ha documentado en múltiples ocasiones y es esperable desde una perspectiva teórica, los sistemas que adoptan para la asignación de curules una representación proporcional son más proporcionales que aquellos que tienen una lógica de mayorías relativas.

Un último aspecto a destacar: durante el presente siglo no pareciera haber habido una variación mayor en la desproporcionalidad entre votos y asientos en el mundo, por lo que podría considerarse que los efectos de conversión son más bien constantes y su variación dependería más de los lentos procesos de cambio en las reglas electorales que de variaciones en los respaldos hacia las organizaciones que compiten por el logro de la representación.

Sin embargo, existen serias diferencias en los niveles de desproporcionalidad existentes entre las distintas regiones geo-políticas del mundo, lo que pudiera ser reflejo de los distintos avances en la consolidación de mecanismos para la definición de la composición de las asambleas nacionales a partir de los votos emitidos por la ciudadanía.

A pesar de toda la evidencia empírica analizada y la previamente observada en múltiples estudios sobre el tema, está todavía lejos el alcanzar un pleno entendimiento del fenómeno de la desproporcionalidad, por lo que queda como asunto a tratarse desde distintas vertientes en el futuro próximo.

Referencias.

American Psychological Association (2019). *Publication Manual (Official)*. 7th Edition.

Disponible en: <https://docer.com.ar/doc/nv05esc>.

Arredondo, Verónica, Miguel Martínez-Panero, Antonio Palomares, Teresa Peña y Victoriano Ramírez (2020). "New Indexes for Measuring Electoral Disproportionality". *Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA*. Vol. 21:161-178. Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa. Disponible en: <http://www.revistarecta.com/articulos/Recta.Vol21.N2.05.pdf>.

Balinski, Michel L. y Peyton H. Young (1982). *Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote*. New Haven: Yale University Press. Disponible en: <https://archive.org/details/fairrepresentati00bali>.

Bobbio, Norberto (1998). "La regla de la mayoría: límites y aporías". En: Fernández, J (2002). *Norberto Bobbio: El filósofo y la Política, Antología*. México: Fondo de Cultura Económica. Disponible en: <https://dokumen.pub/norberto-bobbio-el-filosofo-y-la-politica-antologia-9786071623096.html>.

Coppedge, Michael, John Gerring, Carl Henrik Knutsen, Staffan I. Lindberg, Jan Teorell, Nazifa Alizada, David Altman, Michael Bernhard, Agnes Cornell, M. Steven Fish, Lisa Gastaldi, Haakon Gjerløw, Adam Glynn, Allen Hicken, Garry Hindle, Nina Ilchenko, Joshua Krusell, Anna Lührmann, Seraphine F. Maerz, Kyle L. Marquardt, Kelly McMann, Valeriya Mechkova, Juraj Medzihorsky, Pamela Paxton, Daniel Pemstein, Josefine Pernes, Johannes von Römer, Brigitte Seim, Rachel Sigman, Svend-Erik Skaaning, Jeffrey Staton, Aksel Sundström, Eitan Tzelgov, Yi-ting Wang, Tore Wig, Steven Wilson y Daniel Ziblatt (2021). *V-Dem [Country–Year/Country–Date] Dataset v11.1*. Varieties of Democracy Project. <https://doi.org/10.23696/vdemds21>.

- Dalton, H. (1920). "The measurement of the inequality of incomes". *The Economic Journal*, 30:348-361. Oxford University Press. Disponible en: <https://www.jstor.org/stable/2223525>.
- De la Peña, Ricardo (2023). "Exactitud de las encuestas en México según modo de aproximación (2021-2023)". Cátedra Magistral en el *Seminario de Opinión Pública*. Cátedra Internacional de Opinión Pública. Asociación Mundial de Investigadores de la Opinión Pública-Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. 22 de septiembre. Disponible en: <http://www.ricartur.mx/contenido/Metodologias.pdf>.
- (2007). "Votos y asientos en la diputación federal mexicana: modelo teórico y patrones observados". *Apuntes Electorales*, 2ª. Época, 29:11-39. Toluca: Instituto Electoral del Estado de México. Disponible en: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0168-ssoar-459112>.
- Derbyshire, J. Denis y Ian Derbyshire (2000). *Encyclopedia of World Political Systems*. New York: Sharpe. Disponible en: <https://archive.org/details/encyclopediaofwo00derb/mode/2up>.
- Döring, H., y N. Düpont (2020). *Elections Global: Election results in 207 countries, 1880–2015* [Harvard Dataverse]. <https://doi.org/10.7910/DVN/OGOURC>.
- Duverger, Maurice (1951). *Les partis politiques*. Paris: Librairie Armand Colin.
- (1962). *Instituciones políticas y Derecho constitucional*. Barcelona: Ariel.
- Ferland, Benjamin (2015). "A rational or a virtuous citizenry? – The asymmetric impact of biases in votes-seats translation on citizens' satisfaction with democracy". *Electoral Studies*, 40:394-408. Elsevier. <https://doi.org/10.1016/j.electstud.2015.03.008>.
- Gallagher, Michael (1991). "Proportionality, disproportionality and electoral systems". *Electoral Studies*, Vol. 10, 1:33-51. Science Direct by Elsevier. Disponible en: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/026137949190004C>.
- Hausdorff, Felix (1919). "Dimension und ausseres mass". *Mathematische Annalen*, 79: 157-179. Disponible en: <https://eudml.org/doc/158784>.

- Herfindahl, Orris C. (1950). *Concentration in the U.S. Steel Industry*. Dissertation. Columbia University. Disponible en: <https://archive.org/details/herfindahl-concentration-in-the-steel-industry-1950-publish/>.
- Hinich, Melvin y Michael Munger (2003). *Teoría analítica de la política*. Barcelona: Editorial Gedisa.
- Karpov, A. (2008). “Measurement of Disproportionality in Proportional Representations Systems”. *Mathematical and Computer Modelling*, 48: 1421–1438. Disponible en: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0895717708001933>.
- Kendall, M. G. y A. Stuart (1950). “The Law of Cubic proportions in Electoral Results”. *British Journal of Sociology*, 1:83-97. Disponible en: <https://www.jstor.org/stable/588113>.
- Kullback, Solomon y Richard Leibler (1951). “On Information and Sufficiency”. *Annals of Mathematical Statistics* 22 (1): 79-86. Institute of Mathematical Statistics. Disponible en: <https://projecteuclid.org/journals/annals-of-mathematical-statistics/volume-22/issue-1/On-Information-and-Sufficiency/10.1214/aoms/1177729694.full>.
- Lindberg, Staffan I., Nils Düpont, Masaaki Higashijima, Yaman Berker Kavasoglu, Kyle L. Marquardt, Michael Bernhard, Holger Döring, Allen Hicken, Melis Laebens, Juraj Medzihorsky, Anja Neundorff, Ora John Reuter, Saskia Ruth–Lovell, Keith R. Weghorst, Nina Wiesehomeier, Joseph Wright, Nazifa Alizada, Paul Bederke, Lisa Gastaldi, Sandra Grahn, Garry Hindle, Nina Ilchenko, Johannes von Römer, Steven Wilson, Daniel Pemstein y Brigitte Seim (2022a). *Varieties of Party Identity and Organization (V–Party) Dataset V2*. Varieties of Democracy Project. <https://doi.org/10.23696/vpartydsv2>.
- (2022b). *Codebook Varieties of Party Identity and Organization (V–Party) V2*. Varieties of Democracy Project. Disponible en: https://www.v-dem.net/documents/6/vparty_codebook_v2.pdf.
- Lijphart, Arend (1995). *Electoral Systems and Party Systems*. New York: Oxford University Press.

- Loosmore, J., y V.J. Hanby (1971). "The theoretical limits of maximum distortion: some analytical expressions for electoral systems". *British Journal of Political Science*, 1:467-477. Cambridge University Press. Disponible en: <https://www.jstor.org/stable/193346>.
- Mandelbrot, Benoit B. y John A. Wheeler (1983). "The Fractal Geometry of Nature". *American Journal of Physics*, 51:286-287. <https://doi.org/10.1119/1.13295>.
- Minkowski, Hermann (1910). *Geometrie der Zahlen*. Leipzig-Berlin: Teubner Verlag. Disponible en: <https://archive.org/details/geometriederzahl00minkrich>.
- Molina, Ignacio (2007). *Conceptos fundamentales de ciencia política*. Madrid: Alianza Editorial. Disponible en: https://kupdf.net/download/conceptos-fundamentales-de-ciencia-politica_59cd741908bbc5ac42686ee2_pdf.
- Monroe, B. L. (1994). "Disproportionality and Malapportionment: Measuring Electoral Inequity". *Electoral Studies*, 13: 132-49. Disponible en: <https://pure.psu.edu/en/publications/disproportionality-and-malapportionment-measuring-electoral-inequ>.
- Nohlen, Dieter (1992). *Sistemas electorales y gobernabilidad*. Working Paper, No. 63. Barcelona: Universität Heidelberg. Disponible en: <https://www.corteidh.or.cr/tablas/a19113.pdf>.
- Ocaña, Francisco A. y Pablo Oñate (1999). "Índices e indicadores del sistema electoral y del sistema de partidos: una propuesta informática para su cálculo". *Revista Española de Investigaciones Sociológicas*, 86:223-245. Centro de Investigaciones Sociológicas. Disponible en: <https://www.jstor.org/stable/40184151>.
- Pedersen, Mogens N. (1979). "The Dynamics of European Party Systems: Changing Patterns of Electoral Volatility", *European Journal of Political Research*, Vol. 7, 1:1-26. European Consortium for Political Research. <https://doi.org/10.1111/j.1475-6765.1979.tb01267.x>.
- Rae, Douglas W. (1967). *The Political Consequences of Electoral Laws*. New Haven: Yale University Press.
- Sartori, Giovanni (1976). *Parties and Party System: A Framework for Analysis*. Cambridge University Press.

- Sollaci, Luciana B. y Mauricio G. Pereira (2004). "The introduction, methods, results, and discussion (IMRAD) structure: a fifty-year survey". *Journal of Medical Librarian Association*, 92(3): 364–371. Disponible en: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC442179/pdf/i0025-7338-092-03-0364.pdf>.
- Taagepera, Rein (1986). "Reformulating the Cube Row for Proportional Representation Elections". *The American Political Science Review*, Vol. 80, 2:489-504. American Political Science Association. Disponible en: <https://escholarship.org/content/qt3bx1s3v6/qt3bx1s3v6.pdf>.
- Taagepera, Rein y Bernard Grofman (2003). "Mapping the Indices of Seats-Votes Disproportionality and Inter-election Volatility". *Party Politics*. Vol. 9, 6:659-677. Sage Publications. Disponible en: https://escholarship.org/content/qt0m9912ff/qt0m9912ff_noSplash_bf26a738d0c6eb4e009879f11747e182.pdf.
- Taagepera, Rein y Matthew S. Shugart (1989). *Seats and votes: the effects and determination of electoral systems*. New Haven: Yale University Press.
- Theil, Henry (1969). "The Desired Political Entropy". *The American Political Science Review*, 2:521-525. American Political Science Association. Disponible en: https://ideas.repec.org/a/cup/apsrev/v63y1969i02p521-525_26.html.
- Tufte, Edward R. (1973). "The Relationship between Seats and Votes in Two-Party Systems". *The American Political Science Review*, Vol. 67, 2:540-554. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.2307/1958782>.
- Valdés, Leonardo (1994). "El efecto mecánico de la fórmula electoral mexicana: 1964-1991". *Polis*, 94:101-120. División de Ciencias Sociales y Humanidades de la Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa. Disponible en: <https://polismexico.izt.uam.mx/index.php/rp/article/view/169>.